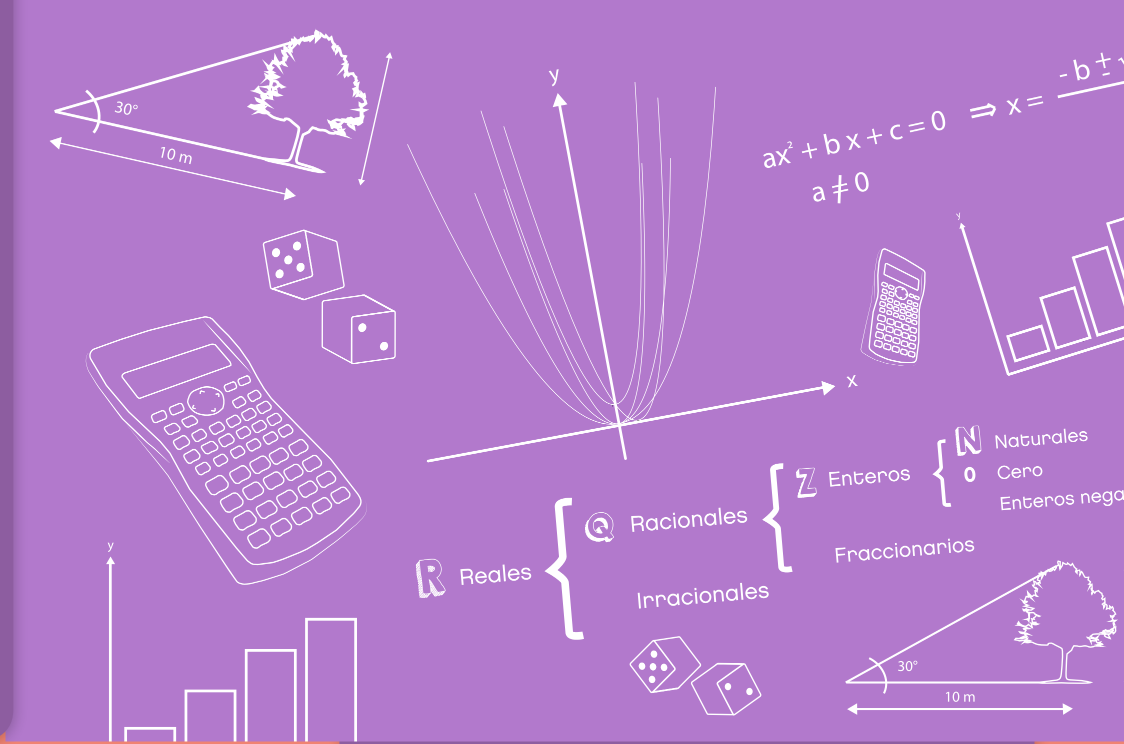
Matemática



Primer año

Relaciones de proporcionalidad directa

Serie PROFUNDIZACIÓN · NES

Buenos Aires Ciudad

Vamos Buenos Aires

Jefe de Gobierno
Horacio Rodríguez Larreta

Ministra de Educación e Innovación
María Soledad Acuña

Subsecretario de Planeamiento e Innovación Educativa
Diego Javier Meiriño

Directora General de Planeamiento Educativo
María Constanza Ortiz

Gerente Operativo de Currículum
Javier Simón

Subsecretaria de Coordinación Pedagógica y Equidad Educativa
Andrea Fernanda Bruzos Bouchet

Subsecretario de Carrera Docente y Formación Técnica Profesional
Jorge Javier Tarulla

Subsecretario de Gestión Económico Financiera y Administración de Recursos
Sebastián Tomaghelli

Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa (SSPLINED)

Dirección General de Planeamiento Educativo (DGPLEDU)
Gerencia Operativa de Currículum (GOC)
Javier Simón

Equipo de generalistas de Nivel Secundario: Bettina Bregman (coordinación), Cecilia Bernardi, Ana Campelo, Cecilia García, Julieta Jakubowicz, Marta Libedinsky, Carolina Lifschitz, Julieta Santos

Especialistas: Ruth Schaposchnik (coordinación), Carla Cabalcabué, Rosa María Escayola, Inés Zuccarelli

---

Idea Original de Equipo Editorial de Materiales Digitales (DGPLEDU)
Mariana Rodríguez (coordinación), Octavio Bally, María Laura Cianciolo, Ignacio Cismondi, Bárbara Gomila, Marta Lacour, Manuela Luzzani Ovide, Alejandra Mosconi, Patricia Peralta, Silvia Saucedo.

Equipo editorial externo
Coordinación editorial: Alexis B. Tellechea
Diseño gráfico: Estudio Cerúleo
Edición: Fabiana Blanco, Natalia Ribas
Corrección de estilo: Federico Juega Sicardi

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires
Matemática, relaciones de proporcionalidad directa : primer año. - 1a edición para el profesor - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Ministerio de Educación e Innovación, 2019.
Libro digital, PDF - (Profundización NES)

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-987-673-466-0

1. Educación Secundaria. 2. Matemática. I. Título.
CDD 510.712

ISBN 978-987-673-466-0

Presentación

La serie de materiales Profundización de la NES presenta distintas propuestas de enseñanza en las que se ponen en juego tanto los contenidos –conceptos, habilidades, capacidades, prácticas, valores y actitudes– definidos en el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Resolución N.° 321/MEGC/2015, como nuevas formas de organizar los espacios, los tiempos y las modalidades de enseñanza.

El tipo de propuestas que se presentan en esta serie se corresponde con las características y las modalidades de trabajo pedagógico señaladas en la Resolución CFE N.° 93/09 para fortalecer la organización y la propuesta educativa de las escuelas de nivel secundario de todo el país. Esta norma –actualmente vigente y retomada a nivel federal por la propuesta "Secundaria 2030", Resolución CFE N.° 330/17– plantea la necesidad de instalar "distintos modos de apropiación de los saberes que den lugar a: nuevas formas de enseñanza, de organización del trabajo de los profesores y del uso de los recursos y los ambientes de aprendizaje". Se promueven también nuevas formas de agrupamiento de los estudiantes, diversas modalidades de organización institucional y un uso flexible de los espacios y los tiempos que se traduzcan en propuestas de talleres, proyectos, articulación entre materias, debates y organización de actividades en las que participen estudiantes de diferentes años. En el ámbito de la Ciudad, el *Diseño Curricular de la Nueva Escuela Secundaria* incorpora temáticas nuevas y emergentes y abre la puerta para que en la escuela se traten problemáticas actuales de significatividad social y personal para los estudiantes.

Existe acuerdo sobre la magnitud de los cambios que demanda la escuela secundaria para lograr convocar e incluir a todos los estudiantes y promover efectivamente los aprendizajes necesarios para el ejercicio de una ciudadanía responsable y la participación activa en ámbitos laborales y de formación. Es importante resaltar que, en la coyuntura actual, tanto los marcos normativos como el *Diseño Curricular* jurisdiccional en vigencia habilitan e invitan a motorizar innovaciones imprescindibles.

Si bien ya se ha recorrido un importante camino en este sentido, es necesario profundizar, extender e instalar propuestas que efectivamente hagan de la escuela un lugar convocante para los estudiantes y que, además, ofrezcan reales oportunidades de aprendizaje. Por lo tanto, sigue siendo un desafío:

- El trabajo entre docentes de una o diferentes áreas que promueva la integración de contenidos.
- Planificar y ofrecer experiencias de aprendizaje en formatos diversos.
- Elaborar propuestas que incorporen oportunidades para el aprendizaje y el ejercicio de capacidades.

Los materiales elaborados están destinados a los docentes y presentan sugerencias, criterios y aportes para la planificación y el despliegue de las tareas de enseñanza, desde estos lineamientos. Se incluyen también propuestas de actividades y experiencias de aprendizaje para los estudiantes y orientaciones para su evaluación. Las secuencias han sido diseñadas para admitir un uso flexible y versátil de acuerdo con las diferentes realidades y situaciones institucionales.

La serie reúne dos líneas de materiales: una se basa en una lógica disciplinar y otra presenta distintos niveles de articulación entre disciplinas (ya sean areales o interareales). Se introducen también materiales que aportan a la tarea docente desde un marco didáctico con distintos enfoques de planificación y de evaluación para acompañar las diferentes propuestas.

El lugar otorgado al abordaje de problemas interdisciplinarios y complejos procura contribuir al desarrollo del pensamiento crítico y de la argumentación desde perspectivas provenientes de distintas disciplinas. Se trata de propuestas alineadas con la formación de actores sociales conscientes de que las conductas individuales y colectivas tienen efectos en un mundo interdependiente.

El énfasis puesto en el aprendizaje de capacidades responde a la necesidad de brindar a los estudiantes experiencias y herramientas que permitan comprender, dar sentido y hacer uso de la gran cantidad de información que, a diferencia de otras épocas, está disponible y fácilmente accesible para todos. Las capacidades son un tipo de contenidos que debe ser objeto de enseñanza sistemática. Para ello, la escuela tiene que ofrecer múltiples y variadas oportunidades para que los estudiantes las desarrollen y consoliden.

Las propuestas para los estudiantes combinan instancias de investigación y de producción, de resolución individual y grupal, que exigen resoluciones divergentes o convergentes, centradas en el uso de distintos recursos. También, convocan a la participación activa de los estudiantes en la apropiación y el uso del conocimiento, integrando la cultura digital. Las secuencias involucran diversos niveles de acompañamiento y autonomía e instancias de reflexión sobre el propio aprendizaje, a fin de habilitar y favorecer distintas modalidades de acceso a los saberes y los conocimientos y una mayor inclusión de los estudiantes.

En este marco, los materiales pueden asumir distintas funciones dentro de una propuesta de enseñanza: explicar, narrar, ilustrar, desarrollar, interrogar, ampliar y sistematizar los contenidos. Pueden ofrecer una primera aproximación a una temática formulando dudas e interrogantes, plantear un esquema conceptual a partir del cual profundizar, proponer actividades de exploración e indagación, facilitar oportunidades de revisión, contribuir a la integración y a la comprensión, habilitar oportunidades de aplicación en contextos novedosos e invitar a imaginar nuevos escenarios y desafíos. Esto supone que en algunos casos se podrá adoptar la secuencia completa o seleccionar las partes que se consideren más convenientes; también se podrá plantear un trabajo de mayor articulación entre docentes o un trabajo que exija acuerdos entre los mismos. Serán los equipos docentes quienes elaborarán propuestas didácticas en las que el uso de estos materiales cobre sentido.

Iniciamos el recorrido confiando en que constituirá un aporte para el trabajo cotidiano. Como toda serie en construcción, seguirá incorporando y poniendo a disposición de las escuelas de la Ciudad nuevas propuestas, dando lugar a nuevas experiencias y aprendizajes.

María Constanza Ortiz
Directora General de Planeamiento Educativo

Javier Simón
Gerente Operativo de Currículum

¿Cómo se navegan los textos de esta serie?

Los materiales de Profundización NES cuentan con elementos interactivos que permiten la lectura hipertextual y optimizan la navegación.

Para visualizar correctamente la interactividad se sugiere bajar el programa Adobe Acrobat Reader que constituye el estándar gratuito para ver e imprimir documentos PDF.

Portada

Flecha interactiva que lleva a la página posterior.

Pie de página

Volver a vista anterior — Al cliquear regresa a la última página vista.

Ícono que permite imprimir.

7 — Folio, con flechas interactivas que llevan a la página anterior y a la página posterior.

Índice interactivo

Introducción

Plaquetas que indican los apartados principales de la propuesta.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Problemas de proporcionalidad directa en diferentes contextos

Estudiar problemas contextualizados de relaciones de

1

Organizador interactivo que presenta la secuencia completa de actividades.

Actividades

Problemas de proporcionalidad directa en diferentes contextos — Actividad 1

Problema 1

Maximiliano quiere hacer una limonada y encontró escrita una receta que propone me

Actividad anterior — Actividad siguiente

Actividad anterior — Botón que lleva a la actividad anterior.

Actividad siguiente — Botón que lleva a la actividad siguiente.

Sistema que señala la posición de la actividad en la secuencia.

Íconos y enlaces

1 Símbolo que indica una cita o nota aclaratoria. Al cliquear se abre un *pop-up* con el texto:

Ovidescim repti ipita voluptis audi iducit ut qui adis moluptur? Quia poria dusam serspero voloris quas quid moluptur?Luptat. Upti cumAgnimustrum est ut

Los números indican las referencias de notas al final del documento.

El color azul y el subrayado indican un vínculo a la web o a un documento externo.

"Título del texto, de la actividad o del anexo" — Indica enlace a un texto, una actividad o un anexo.

Indica apartados con orientaciones para la evaluación.

Índice interactivo

Introducción

Contenidos y objetivos de aprendizaje

Itinerario de actividades

Orientaciones didácticas y actividades

Orientaciones para la evaluación

Bibliografía

Introducción

La siguiente secuencia está pensada para avanzar en el estudio de las relaciones de proporcionalidad directa. Se espera que, a la hora de resolver las actividades planteadas, los y las estudiantes hayan tenido algún contacto con la lectura de gráficos cartesianos 1 y la oportunidad de pensar acerca de algunas nociones relacionadas con el concepto de función, tales como dependencia, variación, variable dependiente e independiente. No se pretende que estos conceptos estén completamente afianzados, porque se continuarán abordando y consolidando durante la secuencia y, seguramente, durante todo el aprendizaje futuro en torno a las distintas familias de funciones, eje articulador del trabajo matemático en la escuela secundaria.

Lectura e interpretación de gráficos cartesianos

A lo largo de este material, se propone el análisis y la construcción de distintos registros de representación –tablas, gráficos y fórmulas– y de las relaciones entre ellos. La complejidad que implica la construcción de un entretejido de relaciones entre los registros de representación propicia el avance hacia una conceptualización de las relaciones de proporcionalidad directa y sus características. Se propone un trabajo en articulación con la escuela primaria, 2 que se apoye sobre los conocimientos de las y los estudiantes acerca de las relaciones de proporcionalidad directa y que, a la vez, posibilite un avance en relación con el análisis y la construcción de gráficos y la producción de fórmulas.

En la primera actividad, se proponen diferentes situaciones contextualizadas a partir de distintos registros de representación. El foco está puesto en el avance progresivo hacia la construcción de fórmulas y gráficos de proporcionalidad directa. Además, el análisis de estos registros permitirá estudiar las características particulares de estas relaciones.

Si bien a partir de segundo año, y en los años siguientes, se busca incorporar progresivamente números racionales en las expresiones algebraicas (positivos y negativos, expresados como fracciones y como decimales), dada la extensión acotada de este material, no resulta posible abarcar gradualmente todos los casos que se deberían desplegar. De todas formas, cada docente podrá regular el nivel de dificultad de los números que se ponen en juego, en especial, en las actividades descontextualizadas, de acuerdo con el ritmo de avance de sus estudiantes y el orden elegido para el desarrollo de los contenidos.

En la segunda actividad, se presentan problemas descontextualizados en los que se profundiza el trabajo con las relaciones de proporcionalidad directa. Se busca que se avance desde situaciones extramatemáticas hacia problemas que requieren un mayor grado de generalización. La intención es que las y los estudiantes, al no contar en esta instancia con el apoyo del contexto, produzcan argumentos con un mayor grado de generalidad, basados exclusivamente en relaciones matemáticas.

Por último, se ofrece una actividad de síntesis y algunas orientaciones para la evaluación con el objeto de explicitar ciertas ideas y conceptos que serán la base para avanzar en la construcción de nuevos conocimientos acerca de las relaciones de proporcionalidad directa.

Con respecto a todas las actividades que se proponen, se muestran estrategias, a modo orientativo, que los y las estudiantes podrían desplegar. En la realidad del aula, es probable que estas ideas no siempre tengan las mismas características, o que aparezcan a partir de actividades similares a las presentadas aquí. Con estas anticipaciones, no se aspira a que la o el docente pueda prever todo lo que sucederá efectivamente en la clase, sino a colaborar con la apropiación de un repertorio de criterios y propósitos que le sirvan de ayuda en la selección de una intervención adecuada para ajustarse al diálogo específico que se produzca con los y las estudiantes.

Los problemas presentados en este documento tienen la intención de involucrar al grupo de estudiantes en una actividad de producción matemática. Esto es, se busca que, con la intervención docente, puedan ensayar, equivocarse, desarrollar diferentes resoluciones, analizar estrategias desplegadas por sus compañeros y tomar una posición argumentada frente a ellas. Este tipo de trabajo matemático resulta enriquecedor, pero también complejo, por lo que no se espera que se logre de un día para el otro ni con el transcurso de una única secuencia. Es decir, no se espera que las y los estudiantes encuentren en un primer intento las estrategias para resolver correctamente las actividades, ni que expresen las relaciones en los términos descriptos en este documento. Sobre la base de sus intentos y de los intercambios colectivos, la o el docente puede enseñar una estrategia posible y luego dar la oportunidad de que la reutilicen, desarrollen o transformen para otros casos.

Por otro lado, desde el enfoque didáctico que sostiene esta propuesta, se entiende que los enunciados presentan una complejidad particular, en tanto aluden a situaciones problemáticas nuevas para las y los estudiantes. En este sentido, se espera que dichos enunciados puedan ser discutidos y consensuados en el colectivo de la clase, junto con el o la docente a cargo.

Este material incluye un recorrido posible pero no único. En función de las particularidades del grupo con el que se trabaje, se pueden agregar problemas similares intercalados, modificar las actividades o recortarlas según lo considere necesario desde el punto de vista didáctico.

Contenidos y objetivos de aprendizaje

En esta propuesta se seleccionaron los siguientes contenidos y objetivos de aprendizaje del espacio curricular de Matemática para primer año de la NES:

Ejes/Contenidos	Objetivos de aprendizaje	Capacidades
Funciones y Álgebra *Iniciación al estudio de la función lineal* • Procesos lineales discretos y procesos continuos, fórmula para describirlos. • Análisis de tablas de funciones de proporcionalidad. La pendiente y la constante de proporcionalidad en una tabla de valores. • Problemas que demanden la producción de un modelo algebraico de situaciones proporcionales.	• Estudiar diferentes situaciones de proporcionalidad directa en las que se vinculan magnitudes de igual y distinta naturaleza. • Hallar elementos del conjunto de llegada y/o de partida. • Hallar la constante de proporcionalidad dados uno o varios pares que se corresponden. • Comparar dos situaciones de proporcionalidad que vinculan el mismo tipo de magnitudes estando estas expresadas en las mismas o en distintas unidades. • Obtener la fórmula a partir de varios pares de elementos que se corresponden o a partir de un único par de elementos que se corresponden y la información de que se trata de una situación de proporcionalidad directa. • Decidir si una relación dada es de proporcionalidad directa, identificando las condiciones que llevan a tomar la decisión. • Realizar un tratamiento con gráficos que contemple la comparación de distintos gráficos que representen situaciones del mismo tipo. • Usar los números racionales para resolver problemas de proporcionalidad. • Valorar el trabajo colaborativo como productor de relaciones matemáticas, así como de la posibilidad de validarlas.	• Resolución de problemas.

Itinerario de actividades

Actividad 1

Problemas de proporcionalidad directa en diferentes contextos

Estudiar problemas contextualizados de relaciones de proporcionalidad directa, haciendo énfasis en la relación entre distintos registros de representación: tablas, gráficos, fórmulas y enunciados.

1

Actividad 2

Otros problemas de proporcionalidad directa

Abordar problemas descontextualizados de relaciones de proporcionalidad directa –que se apoyan en el trabajo realizado con problemas en contexto en la actividad 1–, haciendo énfasis en la relación entre distintos registros de representación: tablas, gráficos y fórmulas.

2

Actividad 3

Actividad de integración

Analizar y reflexionar sobre el trabajo realizado a lo largo de la secuencia.

3

Orientaciones didácticas y actividades

A continuación, se presentan las actividades sugeridas para el grupo de estudiantes, acompañadas de orientaciones para los y las docentes. En cuanto a la implementación de las actividades, se pueden trabajar individualmente, en parejas o en pequeños grupos. Además, en los momentos en que la o el docente lo crea necesario, se podrá intervenir para desarrollar una discusión colectiva.

Actividad 1. Problemas de proporcionalidad directa en diferentes contextos

Se abordan problemas contextualizados de relaciones de proporcionalidad directa, haciendo énfasis en la relación entre distintos registros de representación: tablas, gráficos, fórmulas y enunciados.

Problemas de proporcionalidad directa en diferentes contextos

Actividad 1

Problema 1

Maximiliano quiere hacer una limonada y encontró escrita una receta que propone mezclar 200 mililitros de jugo de limón y 800 mililitros de agua.

a. ¿Cuánta agua tiene que usar Maximiliano si tiene 400 mililitros de jugo de limón?

b. Ayuden a Maximiliano a completar la siguiente tabla con las cantidades que necesita de cada uno de los ingredientes:

Cantidad de jugo de limón (en mililitros)	100	200	300	600	
Cantidad de agua (en mililitros)		800			3200

c. Para cada uno de los siguientes gráficos, decidan si podría corresponder a la situación estudiada o no. Expliquen en qué se fijaron para responder.

Gráfico 1

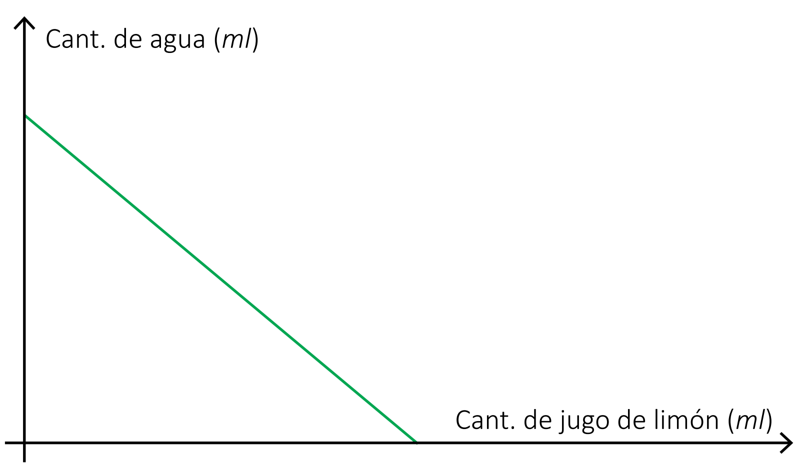


Gráfico 2

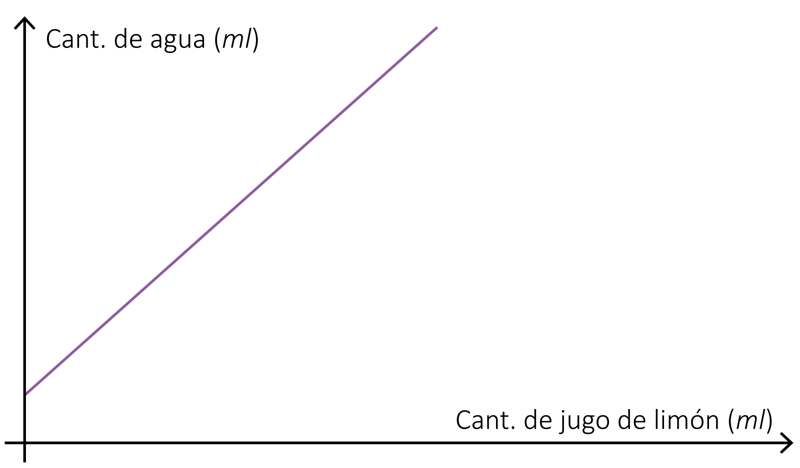


Gráfico 3

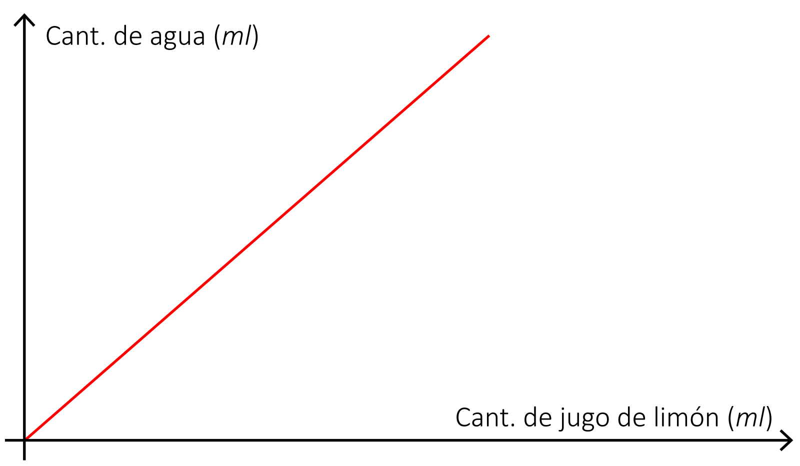
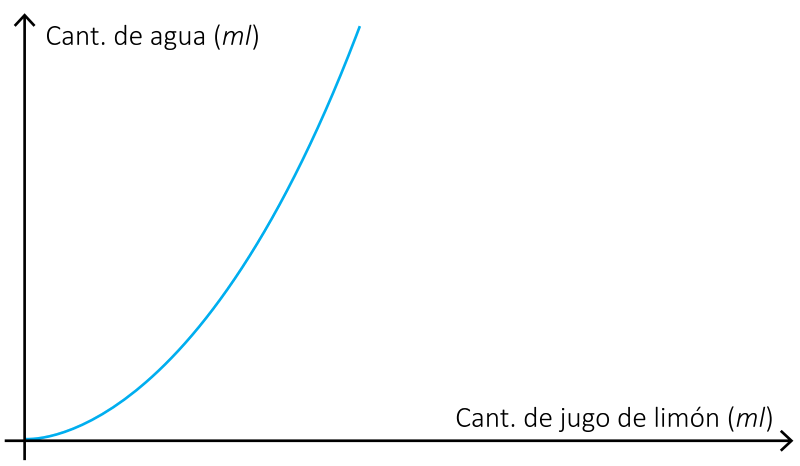


Gráfico 4



d. Ignacio dice que, para calcular la cantidad de agua, se puede multiplicar la cantidad de jugo de limón por cuatro. ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?

Problema 2

A continuación, se presentan cuatro situaciones (1, 2, 3 y 4) y cuatro gráficos (A, B, C y D). Decidan, para cada una de las situaciones, cuál es el gráfico que le corresponde. Escriban los nombres de cada eje y expliquen por qué lo eligieron.

- Situación 1: En un paquete de galletitas de chocolate entran diez galletitas. El gráfico muestra la cantidad total de galletitas a partir de la cantidad de paquetes.
- Situación 2: La siguiente tabla relaciona la cantidad de paquetes de galletitas con el peso total (sabiendo que todos los paquetes son iguales).

Cantidad de paquetes	1	2	3	10	12	18
Peso de las galletitas (en gramos)	50	100	150	500	600	1200

- Situación 3: Un auto se desplaza por una ruta en línea recta desde una ciudad hasta otra. Se sabe que para calcular los kilómetros recorridos según el tiempo de viaje se puede hacer la siguiente cuenta:

80 · tiempo desde que salió (en horas) = distancia recorrida (en kilómetros)

- Situación 4: Una persona sale a correr por una pista en línea recta, manteniendo siempre el mismo ritmo. En la siguiente tabla, se muestra un registro de los tiempos (en minutos) y las distancias recorridas (en metros).

Tiempo (en minutos)	15	30	45	60
Distancia (en metros)	3000	6000	9000	12000

Gráfico A

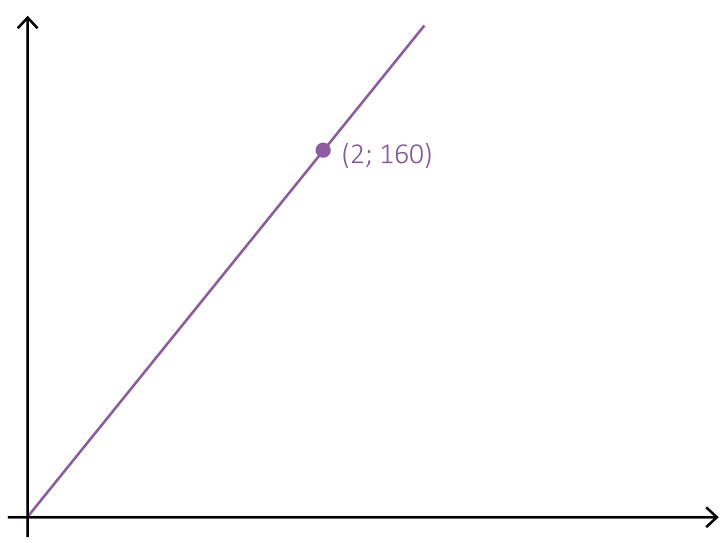


Gráfico B

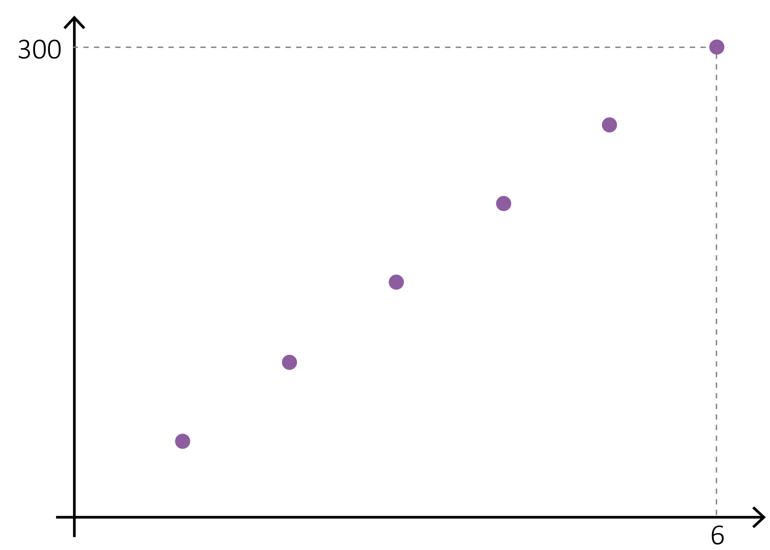


Gráfico C

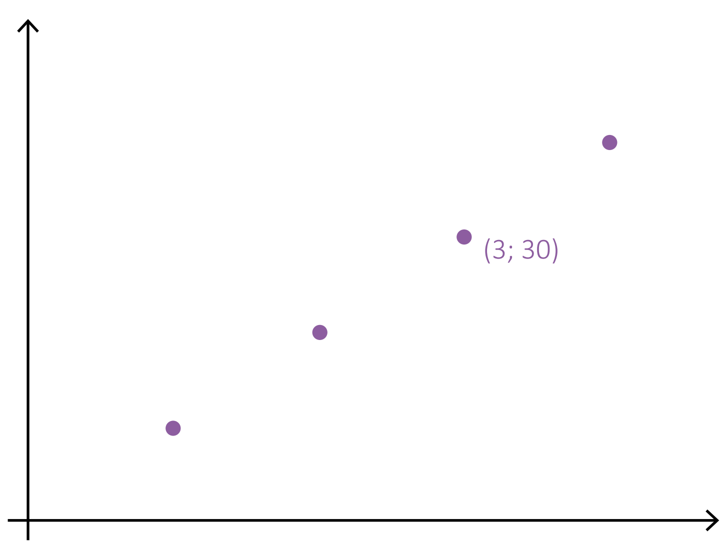
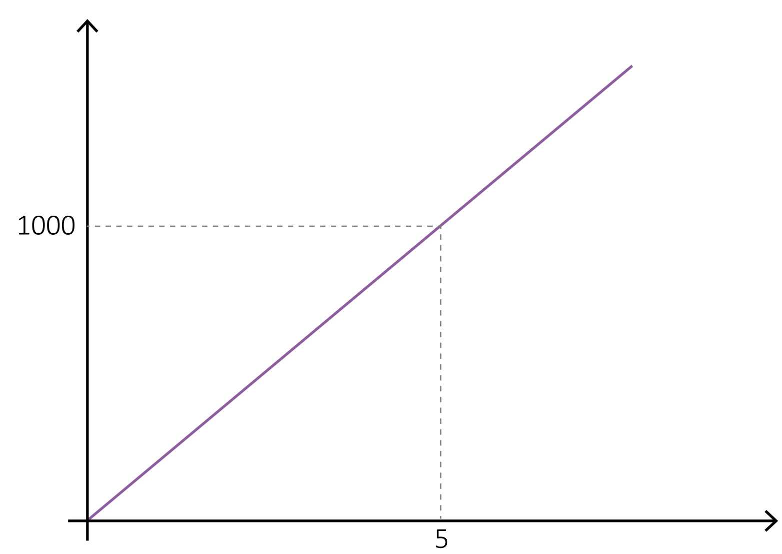


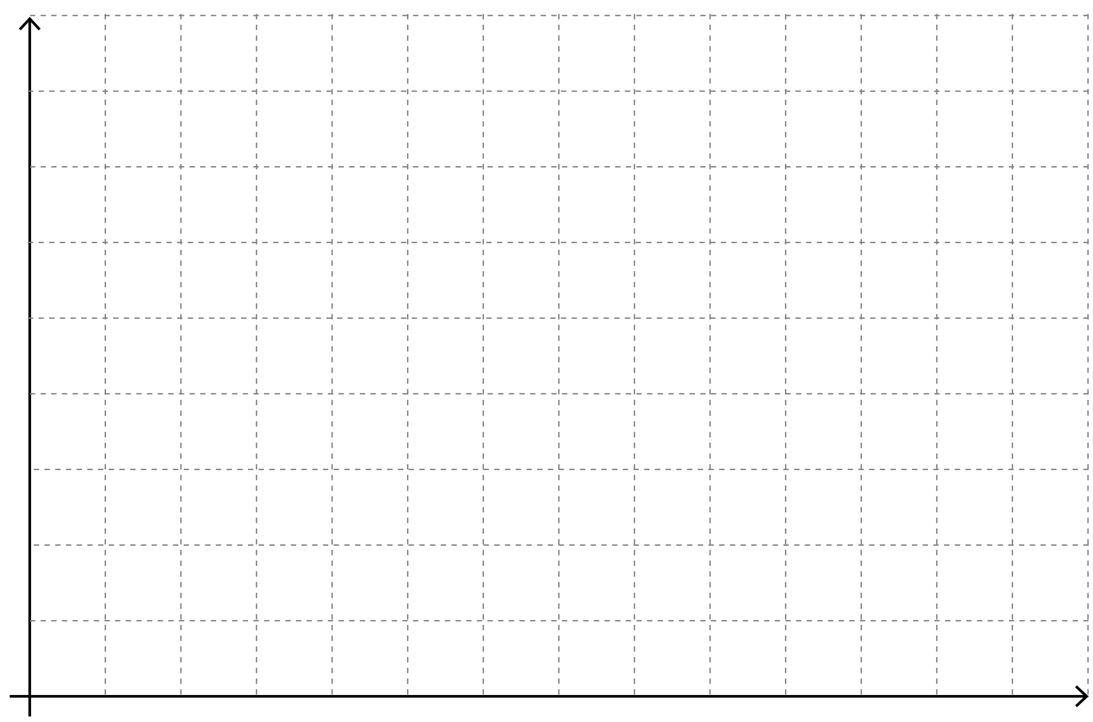
Gráfico D



Problema 3

Tiara está embalando latas de gaseosa en un depósito y sabe que en cada caja debe guardar exactamente 15 latas (las cajas deben estar completas).

a. En el siguiente sistema de ejes cartesianos, confeccionen un gráfico que muestre la cantidad de latas que puede embalar en función de la cantidad de cajas que tenga.



b. A partir del gráfico que realizaron en la consigna anterior, respondan:

1. ¿Cuántas latas podrá embalar Tiara si tiene 3 cajas? ¿Y si tiene 5? ¿Y si tiene 10? ¿Y si tiene 100?
2. Tiara sabe que, cuantas más cajas tenga, más latas podrá embalar. ¿Se puede observar esto en el gráfico que confeccionaron en la consigna **a**?
3. ¿Les quedaron alineados los puntos? De ser así, ¿por qué creen que sucedió? ¿Les parece que tendría sentido unir los puntos?

c. Decidan cuál o cuáles de las siguientes fórmulas permiten calcular la cantidad de latas de gaseosa (representada con la letra G) que puede embalar Tiara si tiene una determinada cantidad de cajas (representada con la letra c). Expliquen sus respuestas.

1. $30 \cdot c = G$
2. $G = 15 \cdot c$
3. $15 \cdot G = c$

Problema 4

Para cada material, se sabe que la cantidad de masa en función de la cantidad de volumen es una relación de proporcionalidad directa, cuya constante de proporcionalidad se llama "densidad".

La densidad de cada material es un valor propio que lo caracteriza.

a. Se dispone de la siguiente información:

Un objeto de aluminio de 10 cm^3 tiene una masa de 27 g.

Calculen la densidad del aluminio.

b. Construyan un gráfico cartesiano que represente la masa del aluminio en función de su volumen.

c. Escriban una fórmula que permita calcular la masa del aluminio (m) –medida en gramos– en función del volumen (v) –medido en centímetros cúbicos–. Expliquen cómo la pensaron.

d. A partir de la fórmula que armaron en la consigna anterior, ¿cómo se puede calcular cuál será la masa para 715 centímetros cúbicos de volumen? ¿Y el volumen para 486 gramos de masa?

e. Sobre el sistema de ejes cartesianos que ya hicieron, grafiquen la masa de otra sustancia x en función del volumen, sabiendo que su densidad es $0{,}7\frac{g}{cm^3}$

f. Escriban al menos tres afirmaciones que retomen características del gráfico construido en la consigna anterior o que describan las diferencias entre las gráficas del aluminio y la sustancia x.

g. Para otra sustancia z, se sabe que la fórmula $m = 3{,}4 \cdot v$ permite calcular la masa (en gramos) de un objeto en función de su volumen (en cm^3). ¿Cuál es la densidad de la sustancia z? ¿Cómo lo pensaron?

h. Sin confeccionar el gráfico correspondiente a la sustancia z, ¿creen que quedaría más o menos "empinado" que el gráfico del aluminio? ¿Por qué?

Problema 5

Revisen el trabajo realizado en los problemas anteriores. Cada uno de ellos involucra una relación de proporcionalidad directa. Completen la siguiente tabla a modo de resumen de esas relaciones de proporcionalidad:

	Variable independiente	Variable dependiente	Constante de proporcionalidad directa	Fórmula	Características del gráfico
Problema 1					
Problema 2. Situación 1					
Problema 2. Situación 2					
Problema 2. Situación 3					
Problema 2. Situación 4					
Problema 3					
Problema 4. Aluminio.					
Problema 4. Sustancia *x*.					
Problema 4. Sustancia *z*.					

Actividad siguiente

Comentarios didácticos del Problema 1

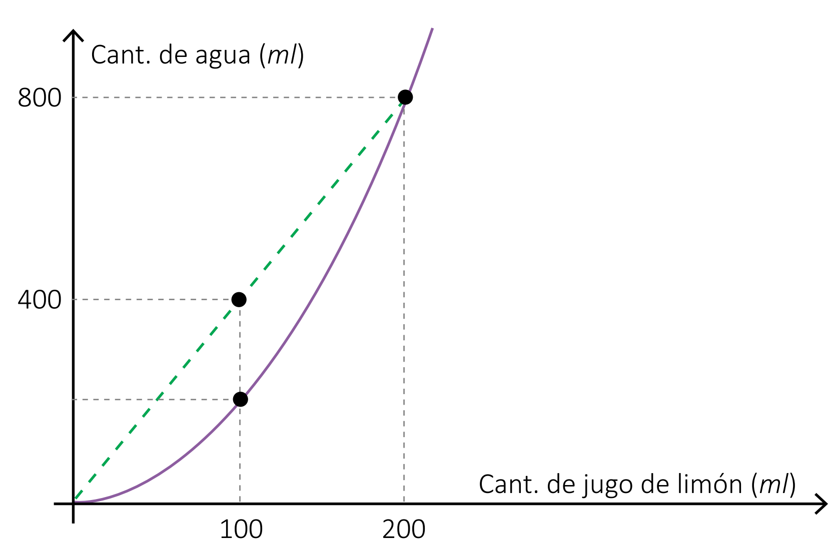
Problema 1

Con el primer problema, se espera poder recuperar algunas propiedades que caracterizan las relaciones de proporcionalidad directa. 3 Además, se propone abordar una discusión sobre posibles gráficos cartesianos y algunas escrituras no necesariamente formales que irán constituyendo una base para, más adelante, construir fórmulas que expresen algebraicamente estas relaciones.

En particular, en las consignas **a** y **b** se busca explicitar las propiedades de este tipo de relaciones. Por ejemplo, en la consigna **a**, si se duplica la cantidad de jugo de limón será necesario duplicar la cantidad de agua para respetar las proporciones indicadas en el enunciado. En la consigna **b**, la tabla fue diseñada con valores numéricos elegidos de manera tal que promuevan diversas estrategias de resolución para completarla –incluyendo recursos de cálculo mental–. 4 A continuación, se muestran algunos ejemplos:

- Si la cantidad de jugo de limón es 300 mililitros, para calcular la cantidad de agua podrían utilizar el valor completado para 100 ml de jugo de limón y multiplicarlo por 3, o bien, sumar los mililitros de agua para 100 ml y 200 ml de jugo de limón, entre otras.
- Si la cantidad de agua es 3.200 mililitros, para calcular la cantidad de jugo de limón podrían usar el cuádruple del dato dado en la tabla para 800 mililitros de agua; o bien, multiplicar por 8 el dato obtenido para 100 mililitros de jugo de limón (400 mililitros de agua).

Con la consigna **c**, se busca discutir con los y las estudiantes que los gráficos 1 y 2 no pueden corresponder a la relación planteada debido a que no contienen al punto (0 ; 0). El contexto del problema puede servir de apoyo para explicitar que para el cero de la primera variable corresponde el cero de la segunda. También podrían descartar el gráfico 1 por ser decreciente. Además, podrían determinar que el gráfico 3 se corresponde con la relación de proporcionalidad planteada en la tabla dado que, a medida que aumenta la cantidad de jugo de limón, la cantidad de agua también lo hace y en la misma proporción. Por otro lado, es posible que descarten el cuarto gráfico con argumentos que se basen en la comparación de algunos valores particulares de la tabla con dicho gráfico. Por ejemplo: si se eligen 400 ml de jugo de limón y si se busca la mitad de ella, no le corresponde 800 mililitros de agua como muestra el siguiente gráfico:



La discusión sobre el gráfico 4 tiene mayor complejidad, porque también es un gráfico creciente y pasa por el origen de coordenadas. Sin embargo, es posible descartarlo, por ejemplo, a partir de elegir valores particulares y contraponerlos con aquellos que surgen de la tabla.

Al analizar los gráficos 3 y 4, podría suceder que no se descarte el gráfico 4, dado que, como ya se mencionó, se comportan de manera similar: ambos son crecientes y comienzan en el origen de coordenadas. En este caso, podrían quedar ambos como opciones posibles y, a medida que se avanza en la resolución de los problemas de la secuencia, los y las estudiantes tendrán más herramientas para retomar este problema y descartar, con nuevos argumentos, el gráfico 4.

En la consigna **d**, se propone discutir que, para mantener la proporción entre los ingredientes de la limonada, la cantidad de agua siempre será el cuádruple de la cantidad de jugo de limón. Esta consigna tiene la intención de que, como parte de la discusión colectiva, se llegue a escribir algún tipo de generalización que podría ser una fórmula como:

Cantidad de jugo de limón · 4 = *Cantidad de agua*

En particular, puede aprovecharse esta instancia para indicar que el número 4 representa la constante de proporcionalidad y recordar su significado: 5 "Una relación de correspondencia entre dos variables es de proporcionalidad directa cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden siempre es el mismo. A ese cociente se lo llama constante de proporcionalidad" (Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2005b: 17).

Comentarios didácticos del Problema 2

En el segundo problema, se espera que el grupo de estudiantes pueda retomar las estrategias discutidas en el problema 1 y poner en correspondencia cuatro situaciones con cuatro gráficos cartesianos diferentes. En este caso, el foco de las discusiones estará en diferenciar entre gráficos continuos y discretos.

Problema 2
Problema 1

En concreto, se busca que las y los estudiantes pongan en relación las situaciones con los gráficos, teniendo como apoyo las coordenadas de un punto de cada uno. En particular, en los gráficos se muestra la información de distintas maneras –los puntos como par ordenado o sus coordenadas en los ejes– para repasar la lectura de ambas formas. 6 Además, se apunta a explicitar la diferencia entre relaciones de proporcionalidad que involucran variables continuas y/o discretas.

En relación con la primera situación, se encuentra descripta en forma de texto y presenta un dominio discreto y una constante de proporcionalidad entera (10). En este caso, los y las estudiantes podrían construir una tabla o calcular algunos valores de la relación para poder elegir el gráfico correspondiente: gráfico C.

En la segunda situación, se encontrarán con un enunciado dado a partir de una tabla donde es posible leer la constante de proporcionalidad (50). Esta instancia puede ser una oportunidad para volver a explicitar el significado de esta constante en relación con la tabla y con el contexto. La constante de proporcionalidad es el valor que corresponde a la unidad de la tabla y, por consiguiente, el valor unitario en la situación: en este caso, el peso de un paquete de galletitas. Para completar la tabla, una posibilidad es que agreguen valores para concluir que en 6 paquetes habrá 300 gramos y, entonces, el gráfico elegido será el B.

Otra idea en la que podrían apoyarse es pensar que las cantidades de galletitas estarán representadas por números enteros –en este caso, naturales– y, entonces, el gráfico tendrá que ser con puntos "sueltos". Además, el tercer gráfico quedaría descartado, porque se puede ver, a partir de la tabla, que en esta situación a 3 paquetes les corresponden 150 gramos (no 30).

A continuación, en la tercera situación se presentan los datos con una escritura no convencional de la fórmula, relacionada con lo trabajado en el problema anterior. Para abordar esta consigna, las y los estudiantes podrían darles valores a las variables para leerlos en el gráfico, construir una tabla que los ayude a tomar la decisión o bien interpretar de esa escritura que por cada hora transcurrida se recorren 80 kilómetros (es decir, la constante de proporcionalidad es 80).

Por último, en la situación 4 los datos vuelven a estar presentados en forma de tabla, aunque en este caso no es posible leer de manera inmediata el valor de la constante de proporcionalidad directa. Es por esto que será necesario recurrir a estrategias ya discutidas para concluir que a los 5 minutos se habrán recorrido 1.000 metros y, entonces, corresponderá el gráfico D.

En el debate colectivo, puede ser interesante discutir por qué algunos gráficos quedan formados con puntos "sueltos" y otros, con "líneas continuas", y si tendría sentido unir los puntos en el primer caso. De esta forma, los y las estudiantes podrían producir explicaciones propias –con distintos grados de generalización– y, sobre la base de estos argumentos, concluir que, según la situación que se trabaje y las variables involucradas, las representaciones gráficas pueden quedar como puntos "sueltos" o como semirrectas.

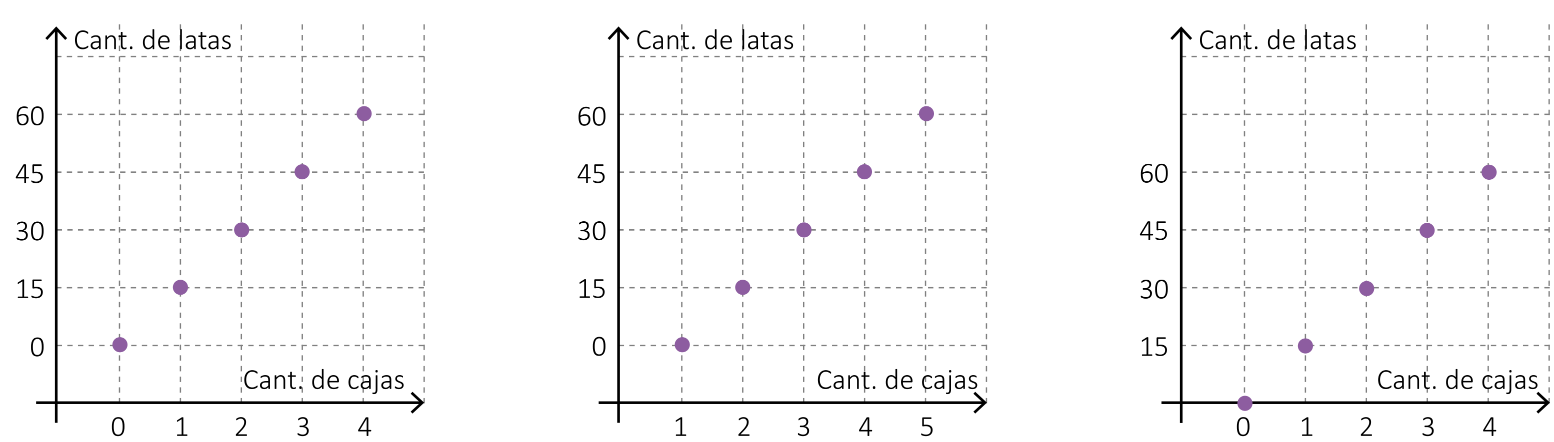
Comentarios didácticos del Problema 3

En el tercer problema, se espera que los y las estudiantes construyan un gráfico cartesiano y así poner en discusión las convenciones utilizadas, el tratamiento de las variables y la dependencia funcional entre ellas. Asimismo, será otra oportunidad para avanzar en la escritura algebraica de la relación de proporcionalidad directa que se estudia en este problema.

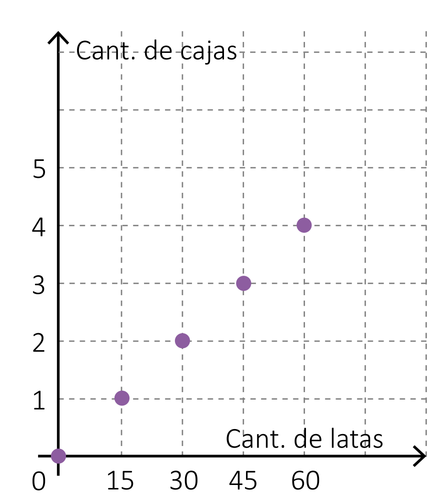
Problema 3

Se propone la construcción de un gráfico a partir de una situación que involucra variables discretas. Se busca volver a repasar algunas nociones y convenciones vinculadas a los gráficos y avanzar en la escritura de la fórmula de una relación de proporcionalidad directa.

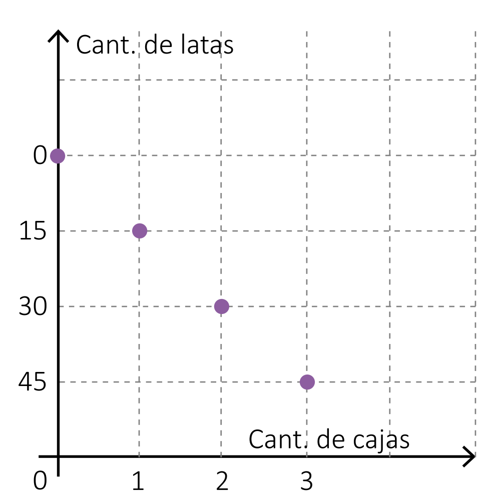
La consigna **a** será una oportunidad para retomar las definiciones de variable dependiente e independiente: si bien esta relación está expresada en el enunciado de la consigna, no se espera que todo el grupo la reconozca como tal. En los siguientes gráficos, se muestran algunas resoluciones incorrectas o incompletas que suelen aparecer:



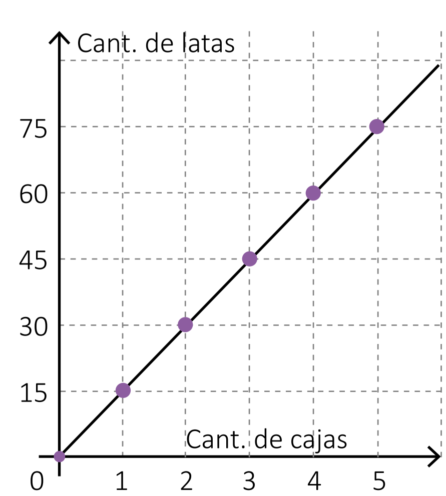
En los tres gráficos, no se reconoce el origen de coordenadas como el punto de intersección entre los ejes cartesianos.



Se invierten los ejes para ubicar las variables dependiente e independiente.



Se define mal la escala del eje y, por lo que el gráfico “quedaría” decreciente.

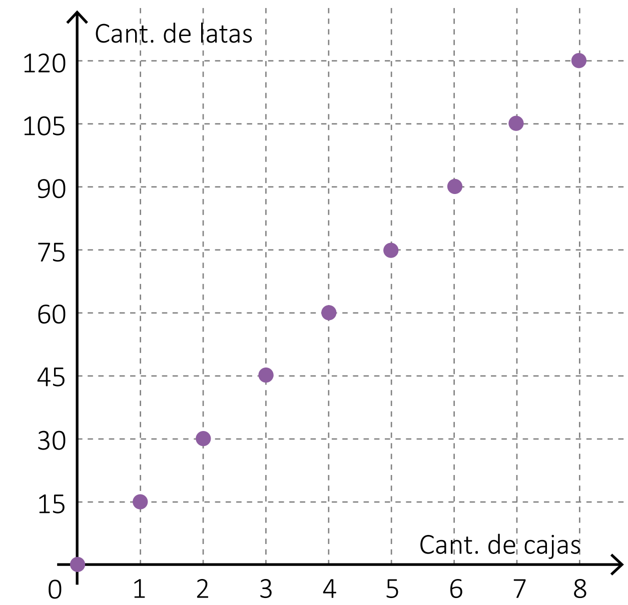


Se unen los puntos sin reconocer que la cantidad de cajas es discreta, al igual que la cantidad de latas que va en cada caja.

Luego de responder las preguntas de la consigna **b**, se puede debatir en el aula la necesidad de establecer convenciones para favorecer la comunicación. Algunas de ellas son:

- En el eje horizontal se ubica la variable independiente y se la llama *x* (o eje de abscisas).

- En el eje vertical, se ubica la variable dependiente y se la llama *y* (o eje de ordenadas).
- Los números positivos se colocan hacia la derecha en el eje *x* y hacia arriba en el eje *y*.
- Los ejes pueden tener escalas distintas, pero la escala elegida para cada uno de ellos debe ser respetada en todo el gráfico.
- Si las variables que intervienen en el problema son discretas, el gráfico estará formado por puntos "separados".



Todas estas ideas apuntan a que las y los estudiantes puedan realizar, a partir de la cuadrícula propuesta, un gráfico como el que se muestra arriba a la derecha, aunque podrían variar las escalas elegidas en cada eje. Las preguntas de la consigna **b** podrían o no ser respondidas a partir de este gráfico, dependiendo de la escala. Es probable que para las cantidades de 10 o 100 cajas, las y los estudiantes definan alguna estrategia de cálculo para indicar el total de latas que serán embaladas en cada caso.

Esta búsqueda de valores concretos permitirá comenzar a reflexionar sobre la idea de que las tablas que verifiquen la relación de proporcionalidad planteada en el enunciado del problema serán válidas, aunque tengan diferentes valores. Y, en paralelo, que dichas tablas definen pares ordenados que son representados como puntos –en un gráfico cartesiano– y que este gráfico será creciente, porque a mayor cantidad de cajas le corresponde una mayor cantidad de latas para ser embaladas.

La consigna **c** apunta a leer e interpretar una escritura algebraica de la fórmula –con variables– de forma tal que permita definir cuál de ellas verifica la relación de proporcionalidad directa estudiada en este problema. Si bien es la primera vez –en esta secuencia– que se analiza este tipo de escritura, el uso de las letras abarca una complejidad que comienza a elaborarse aquí, pero que necesitará de sucesivas aproximaciones y revisiones.

Comentarios didácticos del Problema 4

El cuarto problema aborda otro contexto particular de las relaciones de proporcionalidad directa: la densidad. En este caso, se toma el ejemplo del aluminio, y los objetivos principales serán la construcción de un gráfico cartesiano continuo y la escritura de una fórmula. Se espera que este

Problema 4

problema también permita volver sobre asuntos ya trabajados en esta secuencia, como las convenciones para graficar, la constante de proporcionalidad directa o las propiedades características de este tipo de relaciones.

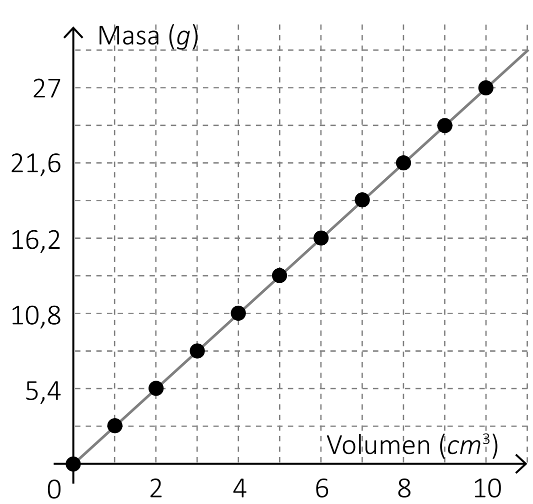
En relación con la consigna **a**, los y las estudiantes podrían:

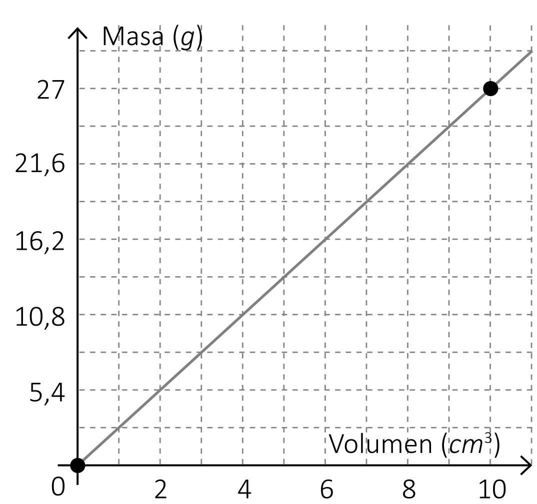
- Hacer la cuenta $\frac{27}{10} = 2{,}7$ y concluir que la densidad del aluminio es $2{,}7\ \frac{g}{cm^3}$.
- Sostener, de manera incorrecta, que la densidad es $\frac{10}{27}$ (realizando la división en otro orden).
- Hacer una regla de tres simple para obtener el valor de la masa para 1 centímetro cúbico.

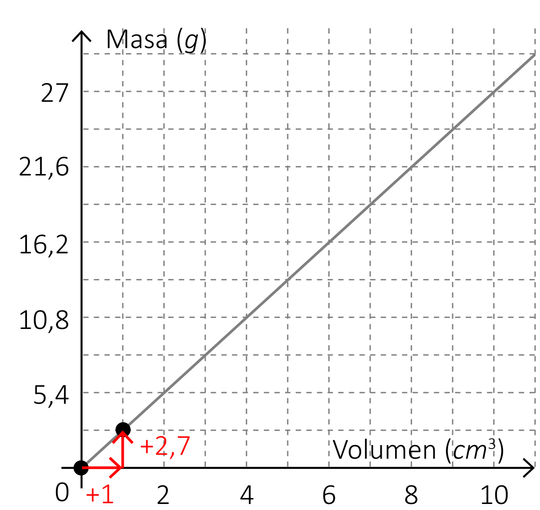
La discusión colectiva puede ser un momento oportuno para poner en relación la definición de densidad dada en el enunciado con otra definición –equivalente–: la densidad será la cantidad de masa para una unidad de volumen.

Para confeccionar el gráfico cartesiano que se pide en la consigna **b**, a diferencia del problema anterior, las y los estudiantes no contarán con los ejes coordenados ni con la cuadrícula. Algunas estrategias a las que podrían apelar son las siguientes:

- Ampliar la tabla de valores que se presenta en el enunciado y marcar varios puntos para luego unirlos. 7
- Marcar el origen de coordenadas, el punto (10 ; 27) –dato del problema– y trazar la línea.
- Utilizar la densidad para marcar un primer punto y luego trazar la línea.







Para agregar el nuevo gráfico que se pide en la consigna **e**, pueden usar estrategias similares a las mencionadas anteriormente.

Respecto de las características de todos los gráficos confeccionados, algunas de las afirmaciones que podrían surgir son:

- Ambos gráficos comienzan en el origen de coordenadas.
- El gráfico del aluminio siempre está más arriba que el de la sustancia *x*.
- El gráfico de la sustancia *x* es menos empinado que el del aluminio.
- Los dos gráficos son líneas rectas.

Durante la discusión colectiva, se podrán recordar las convenciones a la hora de construir un gráfico (el origen de coordenadas en la intersección de los ejes, las ramas positivas hacia la derecha y hacia arriba, las escalas en los ejes pueden ser distintas, la variable independiente se ubica en el eje horizontal, entre otras).

Además, luego de comparar los gráficos del aluminio y de la sustancia *x*, se busca concluir que la densidad –es decir, la constante de proporcionalidad directa– determinará qué "tan empinado" estará el gráfico de la relación.

En la consigna **c** se apunta a trabajar con la fórmula de la relación. En este caso, se pide en un principio que construyan una fórmula que calcule la masa del aluminio en función del volumen ($m = 2{,}7 \cdot v$). Para realizar esta actividad, las y los estudiantes pueden apoyarse en los problemas resueltos con anterioridad –donde también se producen y analizan fórmulas–. Aunque en el problema 3 ya aparece la escritura formal de la fórmula, podría suceder que el grupo de estudiantes recurra todavía a escrituras menos formales, por ejemplo, a aquellas utilizadas en los dos primeros problemas.

Problema 3

En la consigna **d**, se busca que puedan reutilizar la fórmula hallada para obtener nueva información del problema. De esta manera, podrán multiplicar 2,7 por 715 y contestar que la masa será 1.930,5 gramos. En cuanto a la segunda pregunta, no se espera que despejen una ecuación, sino que puedan reflexionar sobre el interrogante ¿qué número multiplicar a 2,7 para que dé 486?, y plantear la división: 486 : 2,7 obteniendo como resultado 180 centímetros cúbicos.

La consigna **g** tiene por objetivo relacionar la densidad –constante de proporcionalidad– con el número que aparece en la fórmula. En este momento, será interesante retomar la segunda definición de densidad: el valor de la masa para una unidad de volumen. En otras palabras, por cada unidad de volumen que se agregue, se añade tanta masa como indique la densidad.

Por último, la consigna **h** pretende retomar lo trabajado con la fórmula –el número que multiplica al volumen indica la densidad– y relacionarlo con lo abordado en la consigna **b**: sin necesidad de graficar, se podrá anticipar que el gráfico será "más empinado", ya que la densidad es mayor.

Comentarios didácticos del Problema 5

Este problema tiene como propósito retomar las situaciones estudiadas y, a través de un cuadro comparativo, resumir las características de las relaciones de proporcionalidad directa trabajadas, poniendo el foco en las variables, la constante de proporcionalidad, las características de los gráficos y la escritura de las fórmulas.

Problema 5

Esta revisión sobre lo visto será un punto de apoyo para resolver los problemas de la actividad 2, "Otros problemas de proporcionalidad directa". A continuación, se muestra una forma posible de completar la primera fila:

	Variable independiente	Variable dependiente	Constante de proporcionalidad directa	Fórmula	Características del gráfico
Problema 1	Cantidad de jugo de limón (en mililitros)	Cantidad de agua (en mililitros)	4	$A = 4 \cdot L$ A: Cantidad de agua L: Cantidad de jugo de limón.	• Es una semirrecta (no puntos "separados") • Pasa por el origen de coordenadas. • Es creciente.

Actividad 2. Otros problemas de proporcionalidad directa

En esta actividad, se abordan problemas descontextualizados de relaciones de proporcionalidad directa y se hace énfasis en la relación entre distintos registros de representación: tablas, gráficos y fórmulas.

Otros problemas de proporcionalidad directa

Actividad 2

Problema 1

Completen la siguiente tabla de modo que sea una relación de proporcionalidad directa con constante 0,5.

x	10	15		
y			12	15,5

Problema 2

Decidan cuál o cuáles de las siguientes tablas pueden corresponder a relaciones de proporcionalidad directa. Expliquen por qué.

Tabla 1	
x	***y***
2	7
3	8
4	9

Tabla 2	
x	***y***
4	6
6	9
9	13,5

Tabla 3	
x	***y***
11	451
15	615

Problema 3

Los siguientes puntos pertenecen a la representación gráfica de una relación de proporcionalidad directa. Completen la coordenada faltante en cada caso sabiendo que la constante de proporcionalidad es 13.

A = (6 ; ____)   *B* = (____ ; 0)   *C* = (13 ; ____)   *D* = (____ ; 357,5)

Problema 4

Decidan si los siguientes puntos estarán o no en el gráfico cartesiano de una relación de proporcionalidad directa con constante 3,5.

M = (3 ; 9)   *N* = (2 ; 4,5)   *P* = (12 ; 42)   *Q* = (3,5 ; 7)

Problema 5

A partir de una relación de proporcionalidad cuya fórmula es $y = 0{,}4x$, decidan cuál o cuáles de los siguientes gráficos cartesianos le pueden corresponder. Expliquen las respuestas.

Gráfico 1

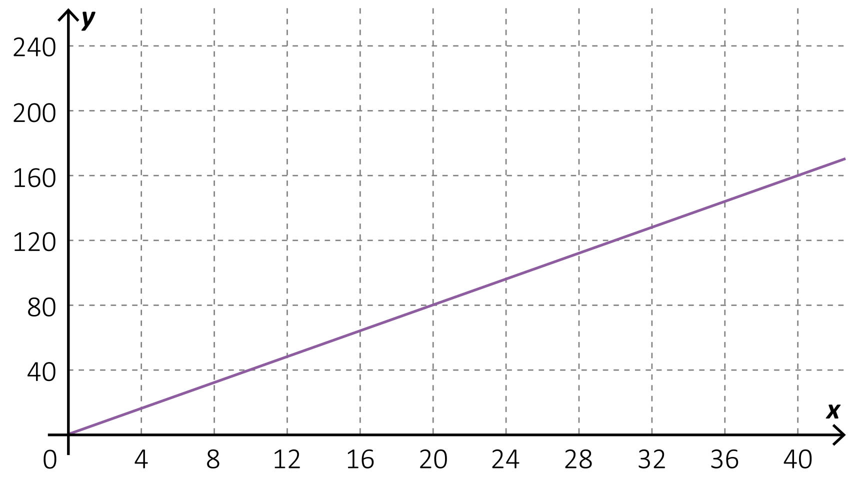


Gráfico 2

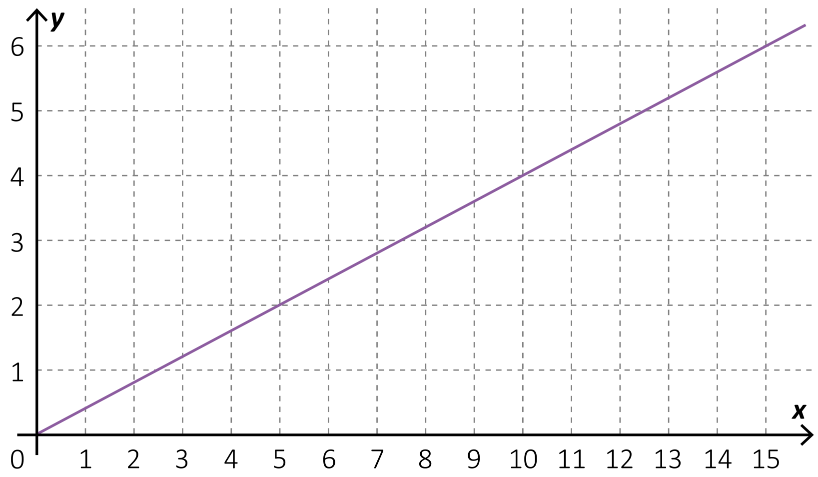


Gráfico 3

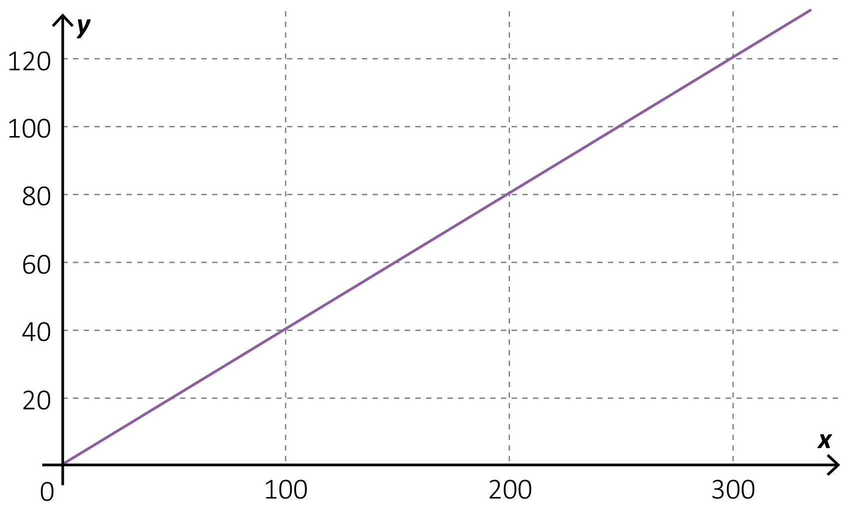
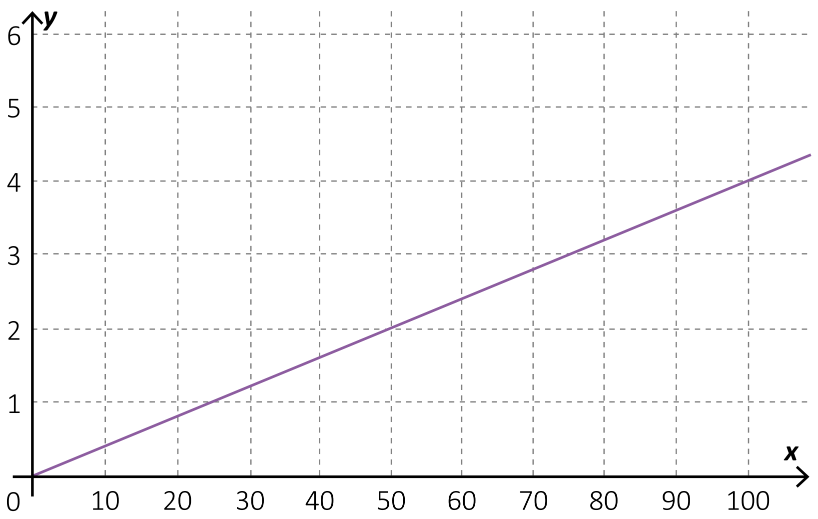


Gráfico 4



Problema 6

A continuación, se presenta el gráfico de tres relaciones de proporcionalidad directa llamadas *f*, *g* y *h*. Decidan qué tabla y qué fórmula le corresponde a cada una de ellas y expliquen cómo llegaron a esa conclusión.

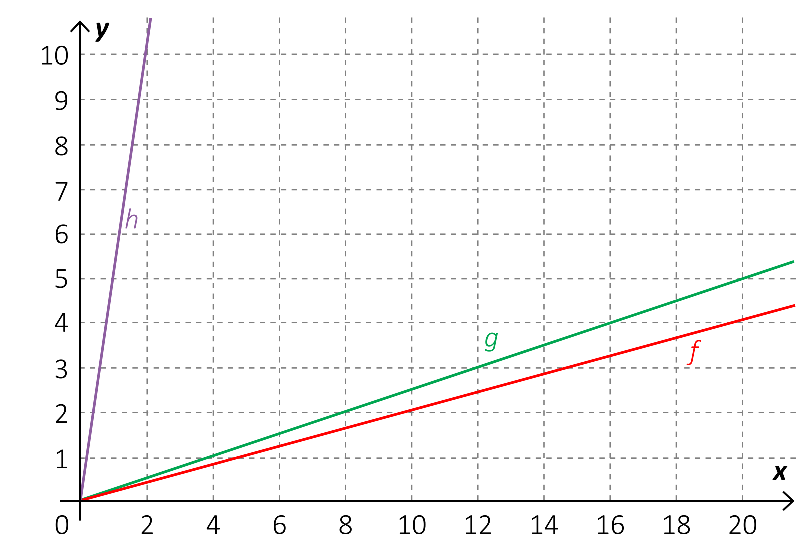


Tabla 1	
x	***y***
13	3,25
16	4
26	6,5

Tabla 2	
x	***y***
4	20

Tabla 3	
x	***y***
10	2
12	2,4

Fórmula A: $y = 5x$

Fórmula B: $y = 0{,}2x$

Fórmula C: $y = 0{,}25x$

Actividad anterior
Actividad siguiente

Comentarios didácticos del Problema 1

El propósito de este problema es completar una tabla de proporcionalidad directa utilizando la constante que es dato. En este momento, puede ser conveniente explicitar a los y las estudiantes que, habitualmente, cuando se trabaja con un problema que no refiere a un contexto específico, a las variables independiente y dependiente se las llama *x* e *y*, respectivamente.

Problema 1

Para resolver este problema, se podrá apelar, entre otras, a las siguientes estrategias:

- Escribir una fórmula y calcular cada uno de los valores con ella.
- Confeccionar un gráfico y buscar la información allí.
- Utilizar las propiedades particulares de este tipo de relaciones. Por ejemplo, para calcular el valor de y correspondiente a 15, podrían sumar el valor correspondiente a 10 y su mitad: 5 + 2,5 = 7,5

Comentarios didácticos del Problema 2

Problema 2

En este problema, se espera que las y los estudiantes puedan analizar si existe o no una relación de proporcionalidad directa en cada una de las tablas. En este caso, se pondrá el foco en las distintas argumentaciones que propongan.

Los números de la primera tabla verifican la relación de ir sumando, fila a fila, una unidad a cada uno de los valores de las variables. Se pretende poner en discusión que esta no es una propiedad de una relación de proporcionalidad directa. En cambio, las otras dos tablas sí podrían serlo. Los y las estudiantes podrán reutilizar las estrategias desplegadas en problemas anteriores como, por ejemplo, encontrar la constante de proporcionalidad directa –de cada tabla– empleando los datos de una fila y comprobando que las otras tienen la misma constante. [8]

Comentarios didácticos del Problema 3

Problema 3

En este problema, se busca que los y las estudiantes puedan completar las coordenadas faltantes en puntos que corresponden a gráficos de proporcionalidad directa. En particular, se pone el foco en el registro gráfico.

Si bien este problema es similar a completar la tabla, propone otro tipo de escritura relacionada con los gráficos cartesianos. Para resolverlo, se podría apelar a estrategias que involucren:

- la producción de una fórmula que permita obtener las coordenadas faltantes,
- la elaboración de una tabla apoyada en las propiedades de este tipo de relaciones,
- la construcción de un gráfico cartesiano y la lectura de información en él.

En este caso, si bien podrían recurrir a estrategias que utilicen las propiedades específicas de este tipo de relaciones, quizás es menos probable debido a los números propuestos. De esta forma, los y las estudiantes podrán llegar a concluir que las coordenadas de los puntos son: A = (6 ; 78); B = (0 ; 0); C = (13 ; 169) y D = (27,5 ; 357,5).

Comentarios didácticos del Problema 4

En este problema, se espera que las y los estudiantes utilicen la constante de proporcionalidad directa para analizar si las coordenadas de un punto pertenecen o no a dicha relación.

Problema 4

Algunas de las posibles estrategias para desplegar pueden ser:

- Construir el gráfico de la relación $y = 3{,}5x$ para decidir si los puntos pertenecen o no a este.
- Utilizar la fórmula $y = 3{,}5x$ para encontrar el valor de y correspondiente, y ver si coincide o no con el dato del enunciado.
- Armar una tabla con los valores de las coordenadas de cada punto y analizar si cumplen con las características específicas de estas relaciones. Por ejemplo, si al dividir la coordenada *y* por la coordenada *x*, se obtiene siempre la constante de proporcionalidad.

Comentarios didácticos del Problema 5

En este problema, se espera que las y los estudiantes analicen las características de los gráficos para decidir cuáles representan la relación planteada en la fórmula.

Problema 5

Las diferentes estrategias que pueden poner en juego para decidir qué gráficos representan la relación $y = 0{,}4x$, por ejemplo, pueden ser:

- Analizar puntos de cada gráfico y ver si las coordenadas verifican la fórmula: podrían reemplazar en *x* y mirar el valor de *y*, o viceversa.
- Leer desde la fórmula que la constante de proporcionalidad directa es 0,4 y, para cada gráfico, elegir un punto para comprobar si la división entre la ordenada y la abscisa es 0,4.

Será interesante mencionar que, si bien las escalas elegidas en los gráficos 2 y 3 son diferentes, ambos están representando la misma relación: $y = 0{,}4x$.

Comentarios didácticos del Problema 6

El último problema tiene por objetivo relacionar tres registros de representación: el gráfico, la tabla y la fórmula. En particular, busca poner el foco en analizar qué información permite interpretar cada uno de ellos. Se espera que sea, entonces, una instancia de síntesis de las ideas trabajadas en la actividad 2.

Problema 6

En este caso, los y las estudiantes podrían apelar a diversas estrategias, por ejemplo:

- Utilizar las fórmulas para reemplazarlas por valores de las tablas y decidir cuál corresponde.
- Utilizar la fórmula para calcular algún punto de cada gráfico. Por ejemplo, tomando la fórmula A ($y = 5x$) y reemplazando en el punto de abscisa $x = 1$, se puede relacionar con el gráfico de *h,* ya que (aunque no se pueda leer con precisión) es posible afirmar que el gráfico de *f* y de *g* –con seguridad– no contienen el punto (1 ; 5).
- Utilizar las tablas para calcular las constantes de proporcionalidad, ya sea dividiendo las coordenadas, calculando la coordenada *y* para $x = 1$, o calculando cuánto aumenta *y* por unidad de *x*, y leer esas constantes en cada fórmula.
- Utilizar las tablas para transformar cada renglón en un punto del gráfico cartesiano. De esta forma, podrían argumentar que los puntos con abscisa 4 de *g* y de *f* tienen ordenada 1 o menor a 1, respectivamente. Entonces la segunda tabla debe corresponder a la función *h*.
- Calcular las constantes de proporcionalidad a partir de los gráficos de *f*, *g* y *h*; *y* luego contraponer esa información con las tablas y las fórmulas.

Actividad 3. Actividad de integración

Con esta actividad se espera que las y los estudiantes puedan analizar y reflexionar sobre el trabajo realizado a lo largo de esta secuencia.

Actividad de integración

Actividad 3

Para cada una de las siguientes afirmaciones, decidan si son verdaderas o falsas y expliquen por qué.

a. Los gráficos de las relaciones de proporcionalidad directa pueden ser líneas rectas o puntos alineados.

b. Para calcular la constante de proporcionalidad directa se puede dividir un valor de la variable independiente por el valor correspondiente de la variable dependiente.

c. Los gráficos de las relaciones de proporcionalidad directa no siempre pasan por el punto (0 ; 0).

d. Las fórmulas de las relaciones de proporcionalidad directa siempre pueden escribirse como $y = k \cdot x$, donde *k* es la constante de proporcionalidad directa.

e. Conociendo únicamente la tabla, no se puede asegurar si corresponde a una relación de proporcionalidad directa.

f. Sabiendo que es una relación de proporcionalidad directa, un único renglón de la tabla alcanza para encontrar una fórmula de ella.

Actividad anterior

En esta actividad, se espera que los y las estudiantes puedan reflexionar sobre el camino recorrido a través de los problemas resueltos y los aprendizajes construidos. A su vez, se apunta a que sea una oportunidad de evaluar qué ideas se encuentran más afianzadas y sobre cuáles será necesario seguir trabajando.

Orientaciones para la evaluación

Como se mencionó en la introducción, este material presenta una posible secuencia para retomar y ampliar –articulando con el trabajo hecho en la escuela primaria– el estudio de las relaciones de proporcionalidad directa. De esta manera, las sucesivas discusiones en los espacios de trabajo colectivo de la clase cargan de nuevos sentidos esos conocimientos e ideas y habilitan la construcción de otros. Así, será un trabajo progresivo en el que los y las estudiantes –con el sostén de las intervenciones docentes– irán enriqueciendo y fortaleciendo el entretejido de conocimientos matemáticos en relación con este tema.

En ese sentido, algunos indicadores de avance en los conocimientos que las y los estudiantes han adquirido, fruto del trabajo con los problemas planteados, podrían ser:

- La progresiva identificación de procedimientos erróneos e incompletos.
- La identificación de procedimientos adecuados y su reutilización y adaptación para la resolución de nuevas situaciones.
- La progresiva apropiación de las relaciones de proporcionalidad directa y sus propiedades utilizadas para la resolución de problemas.

- La progresiva apropiación de herramientas para la confección, utilización e interpretación de los diferentes registros de representación, así como el análisis de la información que porta cada uno de ellos. En particular, en la construcción de gráficos y en la escritura de posibles fórmulas.
- La formulación de conjeturas que paulatinamente tengan un mayor grado de generalidad, avanzando desde el análisis de casos particulares a la elaboración de argumentos que sostienen ciertas generalizaciones.

Bibliografía

Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires (2005a). *Matemática, fracciones y números decimales, 6° grado*. Buenos Aires: Secretaría de Educación.

— (2005b). *La Proporcionalidad*. Programa “Maestros y profesores enseñando y aprendiendo”. Buenos Aires: Dirección General de Cultura y Educación. Subsecretaría de Educación.

— (2018). *Lectura e interpretación de gráficos cartesianos. Estudio del caso particular del dengue.* Matemática y Biología. Serie Profundización NES. Buenos Aires: Ministerio de Educación e Innovación.

Notas

1. Para abordar este tema se sugiere trabajar con la secuencia: *Lectura e interpretación de gráficos cartesianos*. En particular con la actividad 1.
2. Véase la propuesta *Problemas de porcentaje: cuestiones de proporcionalidad directa*, para séptimo grado.
3. Por ejemplo: “En una relación de proporcionalidad directa se cumple que al doble de una cierta cantidad le corresponde el doble del correspondiente de dicha cantidad, al triple le corresponde el triple y, en general, cuando una de las cantidades se multiplica o divide por un número, la cantidad correspondiente se multiplica o divide por el mismo número” (Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2005a).
   “Al sumar (o restar) dos valores de una de las cantidades se obtiene un número correspondiente con la suma (o resta) de los valores correspondientes de la otra cantidad” (Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, 2005b).
4. Desde la perspectiva propuesta en el *Diseño Curricular para la Escuela Primaria*, los procedimientos de cálculo mental, entendido como “cálculo pensado”, se definen por contraposición con los tradicionales cálculos algoritmizados. Se caracterizan por la implementación de diversas técnicas que se adaptan, por un lado, a los números en juego en cada cálculo en particular y, por otro, a los conocimientos disponibles, o las preferencias de quien los resuelve. Para conocer más sobre este enfoque, ya difundido en la mayor parte de las escuelas primarias de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires, se sugiere la consulta de los documentos sobre cálculo mental con números naturales y racionales del *Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza*.
5. Si bien este contenido se supone estudiado en la escuela primaria, es de esperar que coexistan en el mismo grupo distintos niveles de asimilación de este. Por eso, podría suceder que algún o alguna estudiante no conozca la constante y, en ese caso, será un contenido a estudiar a partir del problema 1.
6. Nuevamente, se asume que “repasar” podría convertirse en un contenido nuevo para algunos estudiantes. En ese caso, el o la docente podría puntualizar en analizar cómo se lee cada forma.
7. Existen infinitas posibilidades para elegir valores con los que armar las tablas. En caso de que surjan diferentes, será interesante retomarlas para buscar concluir que todas se encuentran construidas a partir de la misma constante de proporcionalidad.
8. Esta puede ser una primera instancia para abordar la idea de que no se puede asegurar que correspondan a este tipo de relaciones ya que, mediante la tabla, resulta imposible acceder a la totalidad de valores; es decir, podría pasar que esos valores cumplan con las características de la relación pero otros –que se desconocen– no.

Vamos Buenos Aires